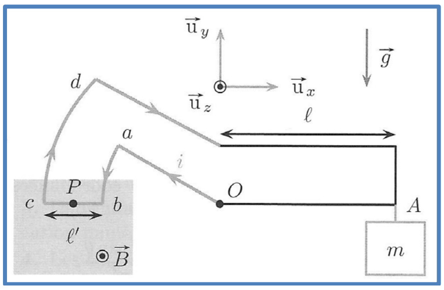
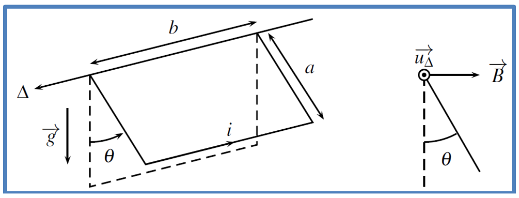
IN1 – Balance de Cotton

De nos jours, on utilise des teslamètres à effet Hall ou des méthodes de résonance magnétique pour mesurer les champs magnétiques. La balance de Cotton, appareil un peu désuet, est l'ancêtre du teslamètres. Son principe consiste à mesurer les forces de Laplace exercées par le champ magnétique duquel on cherche à déterminer l'intensité. Une balance de Cotton fonctionne comme une balance de pesée à deux plateaux. Le dispositif peut pivoter sans frottements autour de l'axe horizontal. La partie de droite, en noir, peut recevoir des masses marquées sur un plateau suspendu en A. La partie de gauche, en gris, est parcourue par un système de fils électriques alimentés par un courant i connu. Il règne, dans la région grisée, un champ magnétique horizontal uniforme (entrefer d'un aimant, par exemple) dont on veut déterminer la valeur. Le champ magnétique est nul ailleurs. Les portions ab et cd de fil électrique sont des arcs de cercle de centre O. Les autres parties du câblage sont rectilignes. On note P le milieu de [bc]. Cette partie gauche de la balance est soumise à des forces de Laplace. L'idée de la mesure est de placer des masses marquées à droite pour compenser exactement les forces de Laplace, de manière à équilibrer la balance. On montre, dans cet exercice, que la connaissance de la masse m permet de remonter à la valeur du champ magnétique.



1. Calculer le moment par rapport à l'axe $(O,\vec{u_z})$ du poids de la masse m située sur le plateau.
2. Calculer le moment par rapport à l'axe $(O,\vec{u_z})$ des forces de Laplace s'appliquant sur la partie du câblage qui baigne dans $\vec{B}$.
3. En traduisant l'équilibre de la balance, donner la relation entre B, i, g, m et les dimensions de la balance. Si le champ magnétique $\vec{B}$ pointe comme indiqué sur le schéma, quel signe faut-il donner au courant i pour observer l'équilibre de la balance ?
4. Avec un courant i = 1,0 A, l=10 cm, l'=1,0 cm, OP = 10 cm, quelle intensité de champ magnétique peut-on mesurer, sachant que les masses marquées à disposition sont d'un décigramme ?

IN2 – Action magnétique sur un cadre

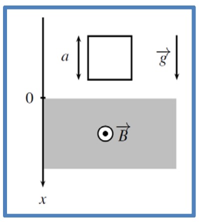


Un cadre conducteur tourne sans frottement autour de l'axe Δ. Il est composé de 4 segments, 2 de longueur a, 2 de longueur b. La masse totale du cadre est m, son moment d'inertie par rapport à Δ est J. Un dispositif, non représenté sur la figure, impose une intensité du courant i constante dans le cadre.

Le cadre est placé dans un champ de pesanteur et un champ magnétique. Le champ magnétique est horizontal, placé dans un plan perpendiculaire à l'axe Δ.

1. Quelle est la position d'équilibre θ_0 ? ?
2. On écarte légèrement le cadre de sa position d'équilibre. Quelle est la pulsation des petites oscillations alors observées ? On répondra en fonction de $J, a, b, i, B, m \text{ et } g$.

IN3 – Cadre qui chute



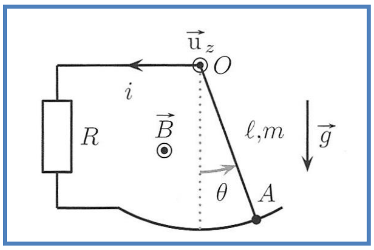
Un cadre conducteur, constitué de 4 segments de longueur a, tombe dans le plan du schéma sous l'effet de la gravité. Sa résistance électrique est notée R, son auto-inductance L. L'espace est divisé en deux régions :

- Pour $x < 0$, il n'y a pas de champ magnétique,
- Pour $x > 0$, un champ magnétique est présent. Il est uniforme, stationnaire et orthogonal au plan du schéma.

Établir les équations différentielles régissant la vitesse $v(t)$ du cadre dans les 3 régions :

1. Le cadre est entièrement dans la région où $\vec{B} = \vec{0}$.
2. Le cadre est à cheval sur les régions où $\vec{B} = \vec{0}$ et $\vec{B} \neq \vec{0}$.
3. Le cadre est entièrement dans la région où $\vec{B} \neq \vec{0}$.

IN4 - Pendule conducteur

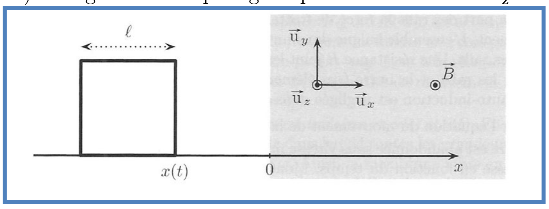


Un pendule pesant est constitué d'une barre métallique homogène de longueur l et de masse m, pouvant pivoter sans frottement (liaison pivot parfaite) par rapport à l'axe horizontal $(O,\overrightarrow{u_z})$. Son moment d'inertie par rapport à cet axe est J. Son extrémité inférieure est en contact sans frottement avec un arc de cercle métallique (point A). Le circuit électrique plan ainsi constitué est refermé par des fils et possède une résistance R. Son auto-inductance est négligée. L'ensemble baigne dans un champ magnétique extérieur uniforme $\vec{B} = B\,\overrightarrow{u_z}$. La position de la barre est repérée par l'angle θ par rapport à la verticale. On veut étudier les petits mouvements de la barre autour de la position θ=0.

1. Établir l'équation mécanique vérifiée par l'angle θ.
2. Établir l'équation électrique du circuit (vérifiée par l'intensité i, dont l'orientation a été choisie arbitrairement sur le schéma).
3. En déduire l'équation du mouvement de la barre et la mettre sous forme canonique en faisant apparaître une pulsation caractéristique ω_0 et un facteur de qualité Q.
4. Commenter et expliquer l'influence de la résistance R sur la nature du mouvement de la barre. Tous les paramètres autres que R étant fixés, faire apparaître une valeur critique R_c de R qui sépare les différents régimes.

IN5 - Freinage électromagnétique

Un cadre carré de cuivre, de résistance électrique totale R et d'auto-inductance négligeable, de côté l et de masse m, est astreint à se déplacer sur une glissière horizontale sans frottement. On repère par x(t) la position de son côté droit. Il arrive depuis $x = -\infty$ avec la vitesse initiale $\vec{v} = v_0\,\overrightarrow{u_x}$. Il pénètre dans la zone $x > 0$ (grisée sur le schéma) où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\,\overrightarrow{u_z}$.

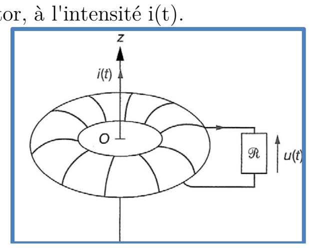


1. Établir l'équation du mouvement du cadre pour tout x (en séparant différents cas si nécessaire).
2. On prend pour origine des temps (t = 0) l'instant où le cadre commence à entrer dans le champ magnétique. Donner l'évolution de la vitesse $v(t)$ et de la position $x(t)$ du cadre.
3. Le dispositif est utilisé comme ralentisseur. On note T l'instant où il finit d'entrer dans la zone de champ. On souhaite que le cadre ait la vitesse αv_0 à cet instant, où α est un réel.
   - Déterminer T en fonction de α et des données.
   - Quel est l'intervalle de valeurs possibles pour α ? Est-ce normal ?
   - Déterminer l'intensité $|\vec{B}|$ du champ magnétique qu'il faut imposer en fonction de α et des données. Commenter l'influence des différents paramètres sur $|\vec{B}|$.
4. Les données numériques sont $v_o = 1{,}0 ms^{-1}$; $m = 0{,}10\ kg$; $R = 1{,}0\Omega$. Pour chacun des deux cas $l = 1{,}0\ m$ et $l = 10\ cm$, déterminer l'intensité du champ magnétique nécessaire pour arrêter complètement le cadre. Ces champs sont-ils réalisables ?

IN6 - Détection ampèremétrique

Une bobine torique, de rayon moyen R et de section circulaire de rayon a, comprend N spires, suffisamment serrées pour que l'on considère le bobinage continu (invariant par rotation autour de l'axe Oz du tore). Un dipôle purement résistif est placé entre les bornes du bobinage, sa résistance R est très supérieure à celle correspondant au bobinage lui-même. Un fil rectiligne infini, situé sur l'axe Oz, est parcouru par un courant d'intensité imposée : i(t).

1. On note L l'inductance propre du bobinage et M l'inductance mutuelle entre les deux circuits : fil et bobine. Proposer une équation différentielle liant la tension u(t), relevée aux bornes du résistor, à l'intensité i(t).

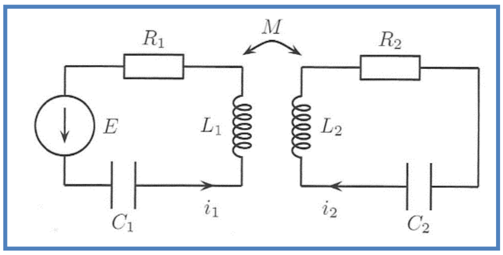


2. Identifier quel type d'opérateur permet d'associer u (t) à i(t) (linéarité, bande passante...).
3. En déduire la forme du signal détecté pour différents signaux : i(t) continu, sinusoïdal.
4. On raisonne dans l'approximation $a \ll R$ (tore de faible section), permettant de considérer le champ magnétique uniforme au sein du tore. Déterminer alors l'expression des coefficients d'inductance L et M sachant que le champ créé par le fil est de la forme : $\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\overrightarrow{u_\theta}$ et celui du tore : $\vec{B} = \frac{\mu_0 N i'}{2\pi r}\overrightarrow{u_\theta}$
5. Si la bobine a une section carrée de côté a, reprendre le calcul de L et M sans faire d'hypothèse concernant les valeurs relatives de a et R.

IN7 - Circuits électriques couplés

On étudie deux circuits électriques d'inductances propres respectives L_1 et L_2, couplés par l'inductance mutuelle M. Le premier circuit contient un générateur de fem E dépendant du temps. Le second est purement passif. Cela modélise par exemple une carte RFID au voisinage d'une antenne créant un champ magnétique variable temporellement. Les intensités i_1 et i_2 ont été orientées arbitrairement sur le schéma. La fem délivrée par le générateur varie sinusoïdalement dans le temps à la pulsation ω avec l'amplitude $E_m > 0$: $E(t) = E_m cos(\omega t)$. On veut trouver les expressions des intensités dans les deux circuits en régime établi.

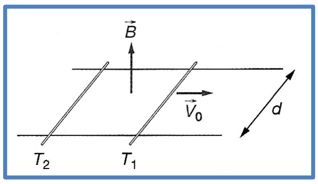
1. Expliquer pourquoi il est légitime de travailler en complexes en posant :
$$\underline{E} = E_m \exp^{j\omega t}, \underline{i_1} = I_{1,m} \exp^{j\omega t}, \underline{i_2} = I_{2,m} \exp^{j\omega t}$$



Établir le système d'équations vérifié par les amplitudes complexes $I_{1,m}$et $I_{2,m}$.

2. Pour simplifier les calculs, on suppose que $R_1 = R_2$ (noté simplement R), $L_1 = L_2$ (noté L) et $C_1 = C_2$ (noté C). Exprimer les deux amplitudes complexes $I_{1,m}$et $I_{2,m}$ en fonction de $\omega, M, L, R, C\ et\ E_m$.
3. Le coefficient M est supposé positif. Pour adimensionner les expressions précédentes, on note $\omega_a = \frac{1}{RC}, \omega_b = \frac{R}{L}, \omega_c = \frac{R}{M}\ et\ I_m = \frac{E_m}{R}$. Établir les expressions de $\frac{I_{1,m}}{I_m}\ et \frac{I_{2,m}}{I_m}$ en fonction de ω et des trois pulsations caractéristiques introduites.
4. On prend $R = 10\,\Omega, C = 1{,}0 \cdot 10^{-8} F, L = 1{,}0 \cdot 10^{-5}\ H\ et\ M = \frac{L}{2}$. À l'aide d'un ordinateur ou d'une calculatrice, tracer : $\left|\frac{I_{1,m}}{I_m}\right|\ et\ \left|\frac{I_{2,m}}{I_m}\right|$ en fonction de ω (en échelle logarithmique pour ω, en justifiant le choix fait pour l'intervalle de ω. Interpréter le graphe obtenu.
5. Tracer $20\ log\left|\frac{I_{1,m}}{I_m}\right|\ et\ 20 log\left|\frac{I_{2,m}}{I_m}\right|$ en échelle logarithmique. Certains aspects des graphes obtenus étaient-ils prévisibles ?

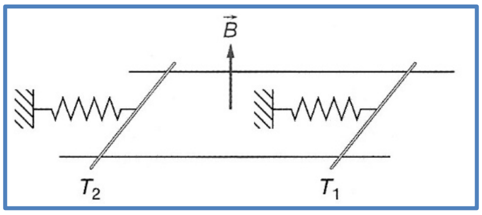
IN8 - Deux tiges



Deux tiges $T_1\ et\ T_2$ identiques (masse) sont mobiles sans frottement sur deux rails parallèles (distance d) situés dans un plan horizontal. Un champ magnétique permanent uniforme et vertical règne en tout point. À l'instant initial, la tige T_1 est animée d'une vitesse v_0, tandis que T_2 est immobile. La résistance électrique de chaque tige est égale à $\frac{R}{2}$ et on néglige la résistance des rails. Les frottements mécaniques sont négligés.

1. Par une analyse qualitative, montrer que simultanément la tige T_2 va se mettre en mouvement tandis que T_1 va ralentir.
2. Établir l'expression de la loi de variation de chacune des vitesses au cours du temps.
3. Quel est l'état de mouvement après une durée suffisamment longue ?
4. Parmi les grandeurs quantité de mouvement et énergie mécanique, quelle est celle qui se conserve, celle qui décroît ?

IN9 - Oscillateurs couplés



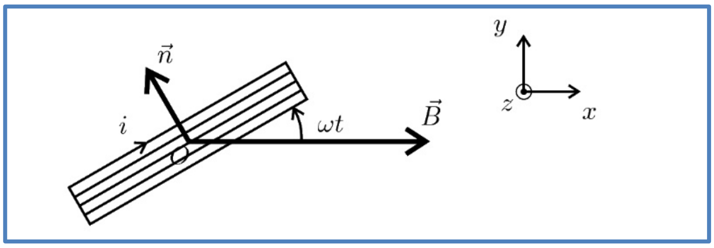
Deux tiges $T_1\ et\ T_2$ identiques (masse) sont mobiles sans frottement sur deux rails parallèles (distance d) situés dans un plan horizontal. Un champ magnétique permanent uniforme et vertical règne en tout point. À l'instant initial, la tige T_1 est animée d'une vitesse v_0, tandis que T_2 est immobile. La résistance électrique de chaque tige est égale à $\frac{R}{2}$ et on néglige la résistance des rails. Les frottements mécaniques sont négligés.

Chaque tige est ici liée à un ressort (non conducteur électrique) de constante de raideur, horizontal, d'axe parallèle aux rails.

1. Écrire le système d'équations différentielles régissant l'évolution des positions des tiges (comptées à partir des positions d'équilibre).
2. Montrer, pour des conditions initiales quelconques, que le mouvement de chaque tige obtenu après un temps très long est sinusoïdal et préciser sa période.
3. Interpréter en invoquant les aspects énergétiques.

IN10 - Alternateur d'une éolienne

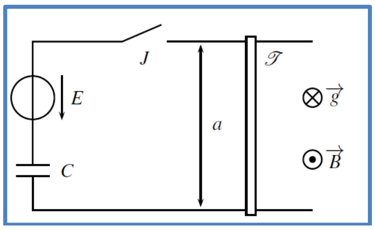
Le disque éolien entraîne, par un système de démultiplication, une bobine plate en rotation autour de l'axe Oz. La bobine a une résistance r, une inductance L et elle est fermée sur une résistance R_o. On pose $R = r + R_o$. Elle comporte N spires de surface s et se déplace dans un champ magnétique constant $\vec{B} = B\,\vec{u_x}$



1. L'éolienne tourne à vitesse angulaire constante ω. En régime sinusoïdal forcé, l'intensité i est de la forme : $i\ (t) = I_m\ cos\ (\omega t + \phi)$. Déterminer I_m et ϕ.
2. Quelle est la valeur moyenne du moment $\vec{\Gamma'}$ des forces de Laplace subies par la bobine ?
3. Le moteur éolien a une puissance moyenne P. Représenter, sur un même diagramme, le moment Γ du couple moteur et $\|<\vec{\Gamma'}>\|$, en fonction de ω.
4. À t = 0, la vitesse angulaire est nulle et on débloque l'éolienne. Analyser qualitativement le régime transitoire. Déterminer la vitesse angulaire ω_0 en régime permanent et montrer que P doit rester inférieure à une puissance critique notée P_c. Ce régime est-il stable ?

IN11 – Tige qui glisse sur un circuit capacitif

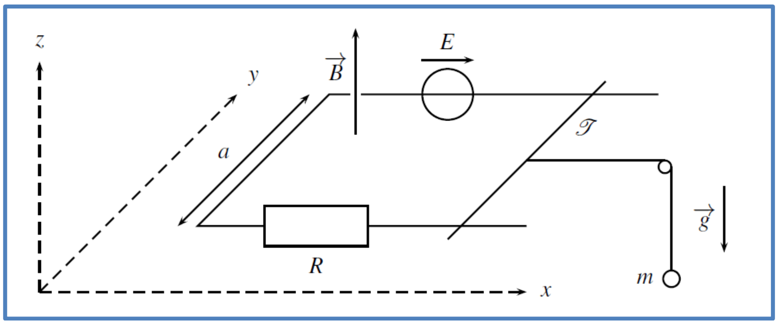
Une tige conductrice T glisse sur deux rails horizontaux distants de a. Elle ferme électriquement un circuit comprenant un interrupteur J, un condensateur de capacité C et un générateur de f.é.m. constante E. T a une résistance électrique R et une masse m. L'auto-inductance du circuit sera négligée. L'ensemble est plongé dans des champ magnétique et de pesanteur uniformes et stationnaires. On ferme à l'instant initial l'interrupteur J alors que la tige T est immobile.



1. Établir une équation électrique et une équation mécanique décrivant le circuit.
2. Établir et intégrer une équation différentielle sur l'intensité du courant dans le circuit pour montrer qu'il s'écrit sous la forme :
$$i(t) = i_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$
Identifier les valeurs de i_0 *et* τ. .
3. En déduire que la vitesse $v(t)$ de la tige se met sous la forme :
$$v(t) = v_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$
4. Calculer l'énergie ε_G fournie par le générateur entre les instants initial $(t = 0)$ et final $(t \to \infty)$, en fonction de E, τ *et* R.
5. Calculer $u_C(t)$.
6. Calculer l'énergie ε_C emmagasinée par le condensateur entre les instants initial et final.
7. Calculer l'énergie ε_J dissipée par effet Joule entre les instants initial et final.
8. Calculer le travail W des forces de Laplace entre les instants initial et final.
9. Quelle relation existe-t-il entre $\varepsilon_G, \varepsilon_C, \varepsilon_J$ *et* W ? L'interpréter.

IN12 – Tige entraînée par gravité

Une tige conductrice T, de masse m_0, glisse sans frotter suivant $\overrightarrow{u_x}$ sur deux rails distants de a. Elle ferme électriquement un circuit comprenant une résistance R et un générateur de f.é.m. constante E. T a une résistance électrique négligeable devant R et une masse m_0. On négligera tout phénomène d'auto-induction. T est lié par son centre à un fil sans masse et inextensible portant une masse ponctuelle m dont le mouvement est vertical. Le fil coulisse sans frottement autour d'une poulie immobile. L'ensemble est plongé dans des champ magnétique et de pesanteur uniformes, stationnaires et orthogonaux au plan du circuit électrique. On lâche la tige T alors qu'elle est initialement immobile. On note $\vec{v}(t) = v(t)\overrightarrow{u_x}$ la vitesse de T *et* $\overrightarrow{v_m}(t) = v_m(t)\,\overrightarrow{u_z}$ celle de la masse m.



1. Quel est le lien entre v *et* v_m ?
2. Établir l'expression de la f.é.m. induite dans le circuit.
3. Établir l'expression de la force de Laplace qui s'exerce sur T, ainsi que celle de la force du fil sur la tige T.
4. Établir une équation différentielle portant sur $v(t)$.
5. Calculer et tracer $v(t)$. Quels sont les différents comportements possibles suivant les valeurs de E ?